Goethe-Center for Scientific Computing (G-CSC)
Goethe-Universität Frankfurt am Main

Modeling and Simulation I

(Practical SIM1, WS 2018/19)

M. Huymayer, J. Wang, Dr. A. Nägel, Dr. M. Hoffer

Aufgabenblatt 9 Abgabe Montag, 4.2.2019, 16h

Im letzten Blatt haben Sie sich mit der Software UG4 diffusive Prozesse im Raum angeschaut ohne zeitliche Einflüsse zu berücksichtigen. Nun sollen Sie sich transiente Funktionen anschauen, d.h. Sie untersuchen nun sowohl die Änderungen im Raum, als auch in der Zeit. Nutzen Sie wie letztes Mal `ConvectionDiffusion` dazu. Für die Diskretisierung in der Zeit wird das implizite Euler Verfahren verwendet. In der Konvektions-Diffusionsgleichung

$$\partial_t(m \cdot c) - \nabla \cdot (D\nabla c) + r \cdot c = f$$

können Sie die Koeffizienten wie folgt setzen:

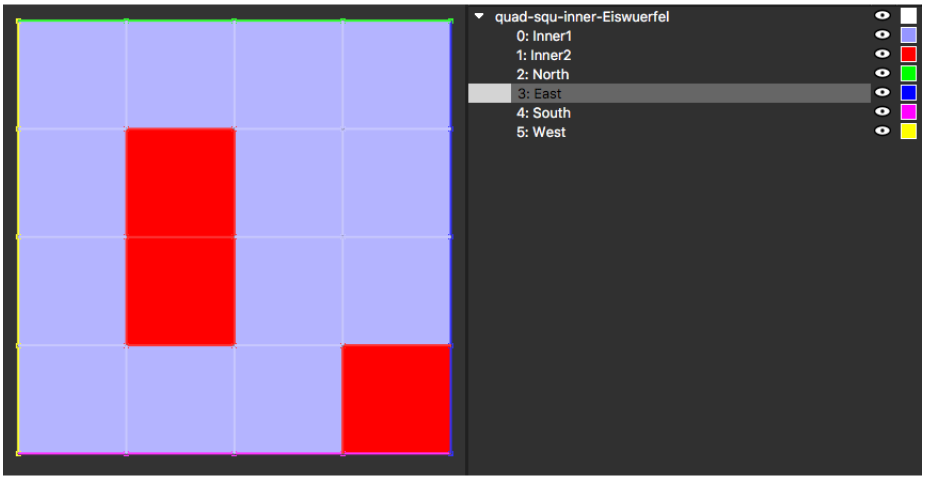
- m mit `set_mass_scale(double)`,
- D mit `set_diffusion(double)` bzw. `set_diffusion(matrix)`,
- r mit `set_reaction_rate(double)` sowie
- f mit `set_source(double)`.

Aufgabe 1 (2 + 5 + 3 + 5 P)
In dieser Aufgabe sollen Sie sich wieder der Wärmeleitungsgleichung zuwenden (siehe Blatt 6):

$$\frac{\partial}{\partial t}u(t, \mathbf{x}) - \alpha \Delta u(t, \mathbf{x}) = 0 \tag{1}$$

wobei Sie diese nun in zwei Raumdimensionen lösen. Stellen Sie sich bitte zwei Materialien vor, die unterschiedliche Temperaturen haben. Sie sollen nun untersuchen wie sich die Temperatur im Verlauf der Zeit verändert.

a) Erstellen Sie die dargestellte Geometrie, mit 5×5 Knoten (Breite: 1, Höhe: 1, Zentrum: $(0.5, 0.5)$) besitzt.



Achten Sie auf die korrekte Zuweisung der Subsets und darauf dass jeder Knoten, jede Kante und jedes Flächenelement einem Subset zugewiesen sind.
Tipp: Beachten Sie die Zuweisung der Knoten.

b) Implementieren Sie nun die Wärmeleitungsgleichung in dem lua Skript "heat_equation.lua", das wir Ihnen zur Verfügung gestellt haben. Stellen Sie sich vor, dass der rote Bereich der Geometrie (Inner2) kälter ist als der andere Bereich (Inner1). Setzen Sie die Anfangswerte:

$$\begin{aligned} \text{Inner1:} \quad & \text{temp}(t = 0) = 4°\text{C} \\ \text{Inner2:} \quad & \text{temp}(t = 0) = -10°\text{C} \end{aligned}$$

Implementieren Sie die Diskretisierung für die beiden Bereiche. Bei Ihrem α handelt es sich dabei um die Temperaturleitfähigkeit in $\frac{cm^2}{s}$. Setzen Sie zunächst $\alpha = 0.006\frac{cm^2}{s}$ für beide Bereiche. Um die zeitliche Veränderung zu simulieren, setzen Sie bitte $m = 1.0$. Als Randbedingung für `East` und `South` sollen Neumann-Null-Randbedingungen gelten. Für `North` und `West` setzen Sie Dirichlet-Randbedingungen:

$$\begin{aligned} \text{North:} \quad & \text{temp}(x, y = 1) = 4°\text{C} \\ \text{West:} \quad & \text{temp}(x = 0, y) = 4°\text{C} \end{aligned}$$

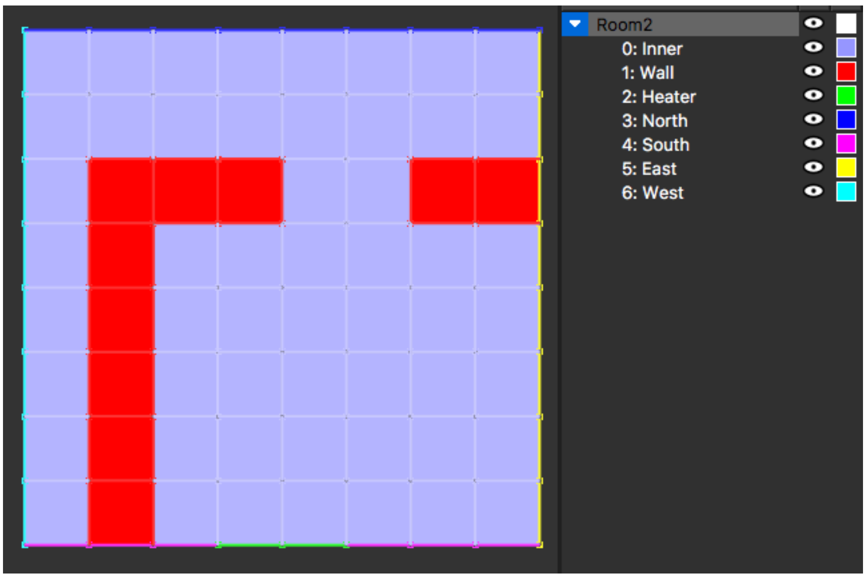
Simulieren Sie die Änderung der Temperatur für den Zeitraum $[0, 10]$ in Sekunden, mit einer Schrittweite von 0.1 s.

c) Visualisieren Sie Ihr Ergebnis in ParaView. Beschreiben Sie die zeitliche Veränderung. Erstellen Sie ein Video Ihrer Simulation. Sie können in Paraview unter File>Save Animation Ihre Simulation in Form von mehreren Einzelbildern speichern. Verwenden Sie dann den Video Creator aus VRL-Studio um ein Video zu erzeugen.

d) Variieren Sie nun die Temperaturleitfähigkeit folgendermaßen: $0.006\frac{cm^2}{s}$, $0.0006\frac{cm^2}{s}$, $6 \cdot 10^{-5}\frac{cm^2}{s}$, $6 \cdot 10^{-6}\frac{cm^2}{s}$ und ermitteln Sie den Zeitpunkt, wann die Temperatur in dem Punkt (0.625, 0.25) kleiner als Null ist. Nutzen Sie die Funktionen `Select Points On` und `Hover Points On`, um den Punkt in ParaView auszuwählen und unter `Filters` > `Alphabetical` > `Plot Selection Over Time` können Sie sich den zeitlichen Verlauf der Temperatur ausgeben lassen. Ermitteln Sie den Zeitpunkt, ab wann die Temperatur zum ersten Mal kleiner als Null ist und erstellen Sie eine Abbildung die den Zeitpunkt in Abhängigkeit zur Temperaturleitfähigkeit darstellt.
Tipp: Variieren Sie ggf. den Simulationszeitraum bis maximal 1000 s.

Aufgabe 2 (3 + 4 + 4 + 2 + 3 P)
Auch in dieser Aufgabe sollen Sie sich die Wärmeleitungsgleichung anschauen, nur sollen Sie diesmal die Wärmeverteilung in einem Raum untersuchen.

a) Erstellen Sie nachfolgende Geometrie in ProMesh. Die Maße der Geometrie sind wie in Aufgabe 1a.



Erstellen Sie eine zweite Geometrie, indem Sie die Lücke in der Wand durch eine Tür ersetzen. Bezeichnen Sie dieses Subset mit "Door".

b) Arbeiten Sie auf Basis Ihrer Implementierung aus Aufgabe 1 weiter. Simulieren Sie zunächst die Wärmeverteilung im Raum ohne Tür. Setzen Sie den Anfangswert für die Luft (Inner) auf 4 °C und die Wand auf 0 °C. Die Randbedingungnen sind wie in Aufgabe 1, lediglich bei Heater soll eine Dirichlet-Randbedingung mit temp = 30 °C gesetzt werden. Insgesamt sollen Sie einen Tag (24 h) simulieren. Ihre Wand sei aus Beton. Nutzen Sie folgende Temperaturleitfähigkeiten:

Material	α in $10^{-6} m^2/s$
Beton	0.994
Luft	20
Holz	0.12

Nutzen Sie eine Schrittweite von 0.01 h.

c) Simulieren Sie nun einen abgeschlossen Raum, d.h. ihr Raum ist durch eine Holztür von dem Außenbereich getrennt. Der Anfangswert Ihrer Tür soll dabei auf 4 °C gesetzt werden. Was beobachten Sie im Vergleich zu der Simulation aus Aufgabe 1b? Beschreiben Sie Ihre Beobachtung.

d) Berechnen Sie den stationären Zustand.

e) Untersuchen Sie Ihre Lösung mit unterschiedlichen Verfeinerungsgraden: 2, 3 und 4. Nutzen Sie in ParaView die Funktion Warp by Scalar (Skalierungsfaktor 0.1) und lassen Sie sich das Gitter als "Surface with Edges" anzeigen. Vergleichen Sie die unterschiedlichen Lösungen. Was können Sie beobachten?

Anmerkung: Senden Sie den Quelltext als VRL-Studio Projekt (.vrlp Datei) und als Lua Skripte (.lua Datei), die erstellten Geometrien (.ugx), ParaView Ergebnisse als Screenshots und die Antworten zu den Fragen am besten als Word oder PDF Datei. Plots senden Sie bitte als pdf oder png Dateien und Daten Ausgaben als Text Dateien.
Senden Sie Ihre Lösungen an `practical.sim1@gcsc.uni-frankfurt.de`.
Abgabe bis spätestens Montag, 4.2.2019, 16h.