

Mathematik für Studierende der Bioinformatik 2

(Übung zu B-MBI-2, Sommersemester 2016)

Dr. A. Vogel, Prof. Dr. G. Wittum

Aufgabenblatt 3 (Abgabe: Di., 10.5., 12:15h)

Aufgabe 1 (Basis von Kern und Bild, 6 Punkte)

Bestimmen Sie zu den folgenden Matrizen eine Basis von Kern und Bild:

$$(i) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad (ii) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 8 & 12 & -2 \\ 1 & 6 & 10 & -3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}, \quad (iii) \begin{pmatrix} 1 & i \\ 2 & 2i \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}.$$

Aufgabe 2 (Eigenschaften der inversen Matrix, 2 Punkte)

Seien $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbb{K}^{n \times n}$ zwei invertierbare Matrizen. Zeigen Sie, dass gilt:

- (i) $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$,
- (ii) $(\mathbf{A}^T)^{-1} = (\mathbf{A}^{-1})^T := \mathbf{A}^{-T}$.

Aufgabe 3 (Transformation auf Diagonalmatrix, 6 Punkte)

Bestimmen Sie zu den Matrizen

$$(i) \quad \mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad (ii) \quad \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

jeweils zwei Matrizen $\mathbf{E}_i, \mathbf{E}'_i$, so dass die Matrix auf Diagonalgestalt transformiert wird, d.h. dass gilt

$$\mathbf{E}_i \cdot \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{E}'_i = \begin{pmatrix} \mathbf{1}_{r_i} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{mit } r_i = \text{Rang}(\mathbf{A}_i), \quad i = 1, 2.$$

Aufgabe 4 (Inverse Matrix, 6 Punkte)

Bestimmen Sie zu der Matrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

die inverse Matrix \mathbf{A}^{-1} und geben Sie eine Darstellung von \mathbf{A} und \mathbf{A}^{-1} durch Elementarmatrizen an.