

Mathematik für Studierende der Bioinformatik 1

(Übung zu B-MBI-1, Wintersemester 2015/2016)

Dr. S. Reiter, Dr. A. Vogel, Prof. Dr. G. Wittum

Aufgabenblatt 10 (Abgabe: Mo., 18.1.2016, 10:15h)

Aufgabe 1 (Unter-/Obersumme, 8P)

Sei $f : [0, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := x^2$ gegeben.

a) Bestimmen Sie für $n \in \mathbb{N}$ und die äquidistante Zerlegung Z_n gegeben durch

$$x_k := b \cdot \frac{k}{n}, \quad 1 \leq k \leq n,$$

mit Feinheit $h_n = \frac{b}{n}$ die Untersumme $\underline{S}(Z_n, f)$ und Obersumme $\overline{S}(Z_n, f)$.

Hinweis: Sie dürfen verwenden, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

b) Wie lauten die Werte für das Unter- und Oberintegral

$$\int_0^b f(x) dx \quad \text{und} \quad \int_0^b f(x) dx ?$$

c) Ist die Funktion $f : [0, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := x^2$ Riemann-integrierbar und falls ja, wie lautet der Wert für das Riemann-Integral

$$\int_0^b x^2 dx ?$$

Aufgabe 2 (Stammfunktion, 5P)

Geben Sie eine Stammfunktion zu folgenden Funktionen an:

(i) $f(x) = 0$

(ii) $f(x) = 1 + x + e^x$

(iii) $f(x) = x^k \quad (k \in \mathbb{N}, k \geq 0)$

(iv) $f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln(x)} \quad (x > 0)$

Aufgabe 3 (Integrale und Hauptsatz, 7P)

Wie lautet der Wert der folgenden Integrale:

(i)

$$\int_1^4 \frac{1}{x} dx$$

(ii)

$$\int_2^3 \frac{1}{x^2} dx$$

(iii)

$$\int_4^2 x^3 dx$$

(iv)

$$\int_0^1 2x \cdot e^{-x^2} dx$$

(v)

$$\int_{-2}^2 |x| dx$$