

Goethe-Center for Scientific Computing (G-CSC)
Goethe-Universität Frankfurt am Main

Modellierung und Simulation II

(Praktikum SIM2, SoSe 2017)

M. Breit, Dr. A. Vogel

Blatt 4 (Abgabe: Di., 6.6.2016, 10h)

Auf diesem Blatt werden Sie das Mehrgitterverfahren implementieren. Sie lernen, wie man geeignet die Interfaces für dieses iterative Verfahren gestaltet und welche Konvergenzeigenschaften es besitzt.

Aufgabe 1 (Mehrgitterhierarchie, 4 Punkte)

Implementieren Sie eine Klasse `StructuredMultiGrid`, die eine geschachtelte Hierarchie an strukturierten Gittern enthält. Verwenden Sie bei der Implementierung die bereits vorliegende Klasse `StructuredGrid`. Als Parameter soll der Klasse die räumliche Ausdehnung des Gebiets, die Auflösung auf dem größten Gitter und die Anzahl an Verfeinerungen bekommen. Sie können sich am auf der Homepage zur Verfügung gestellten Interface orientieren.

Aufgabe 2 (Prolongation, 4 Punkte)

Auf der Homepage finden Sie das Interfaces `IProlongation`. Setzen Sie dafür eine Implementierung `Prolongation` um, die eine Matrix \mathbf{P} zur üblichen Prolongation auf strukturierten Gittern assembliert.

Hinweis: Bei der Implementierung empfehlen wir Ihnen zusätzlich in der Klasse `StructuredGrid` mit einem *Multiindex* zu arbeiten. Beachten Sie dazu den Codevorschlag auf der Homepage - dies vereinfacht die Umsetzung.

Aufgabe 3 (Anpassungen für das Mehrgitter, 2 Punkte)

Auf der Homepage finden Sie Vorschläge zu folgenden Interfaces: `IAssemble`, `IPreconditioner`, `ILinearSolver`. Leiten Sie alle Ihre linearen Löser (`CG`, `LU`, `IterativeSolver`) vom Interface `ILinearSolver` ab. Leiten Sie Ihre Implementierung der Poissongleichung von `IAssemble` ab. Passen Sie Ihren Code - falls nötig - an diese Interfaces an (dies sind nur kleine Änderungen).

Aufgabe 4 (Mehrgitterverfahren, 8 Punkte)

Auf der Homepage finden Sie einen Vorschlag für die Klasse `GMG` als Ableitung des Interfaces `IPreconditioner`. Implementieren Sie das Mehrgitter-

verfahren und verwenden Sie dabei die bereits implementierten Komponenten (Lineare Löser, Glätter, Assemblierung der Poissongleichung, ...) wieder.

Aufgabe 5 (Lösen der Poisson-Gleichung, 2 Punkte)

Lösen Sie - analog zum vorherigen Übungsblatt - die folgende 2d-Poissongleichung auf dem Einheitsquadrat $\Omega = (0, 1) \times (0, 1)$

$$\begin{aligned} -\Delta u &= 4 \quad \text{auf } \Omega, \\ u &= 2 - x^2 - y^2 \quad \text{auf } \partial\Omega. \end{aligned} \tag{1}$$

Vergleichen Sie die Iterationszahlen und Konvergenzraten von Gauß-Seidel- und Mehrgitter-Verfahren. Lösen Sie dazu das obige Problem auf den Gitterleveln $0, 1, \dots, 5$ ausgehend von einem Grobgitter mit 3×3 Knoten. Ihr Mehrgitter soll dabei einen LU-Löser auf Level 0 verwenden sowie einen Gauß-Seidel Glätter mit je einer Vor- und Nachglättung im V-Zyklus. Beschreiben Sie, wie sich die Konvergenzrate in Abhängigkeit der Gitterweite verhält.

Hinweis: Auf der Homepage finden Sie beispielhaft die Datei `main04.cpp`, die Ihnen als Vorlage dienen kann.

Abgabe: Senden Sie Ihren Code sowie sonstige Antworten als Text, PDF oder Scans bitte per E-Mail an `practical.sim2@gcsc.uni-frankfurt.de`. An diese Adresse können Sie sich auch bei Fragen zu den Aufgaben wenden.