

Mathematik für Studierende der Bioinformatik 2

(Übung zu B-MBI-2, Sommersemester 2016)

Dr. A. Vogel, Prof. Dr. G. Wittum

Aufgabenblatt 1 (Abgabe: Di., 26.4., 12:15h)

Aufgabe 1 (Lösung von Gleichungssystemen, 6 Punkte)

Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathcal{L}(\mathbf{A}, \mathbf{b})$ der folgenden Gleichungssysteme $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ (mit $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $\mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$) notiert als erweiterte Koeffizientenmatrix (\mathbf{A}, \mathbf{b}) und geben Sie dabei den Rechenweg explizit an:

$$(i) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 7 \end{array} \right), \quad (ii) \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 7 & 8 & 9 & 1 \end{array} \right), \quad (iii) \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 9 & 6 & 3 & 1 \end{array} \right).$$

Aufgabe 2 (Lineare Unabhängigkeit, 6 Punkte)

Bestimmen Sie, ob die folgenden Familien von Vektoren linear unabhängig sind und begründen Sie Ihre Antwort:

$$(i) \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \quad (ii) \left(\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \right) \quad (iii) \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \right)$$

Aufgabe 3 (Linearkombination, 4 Punkte)

Bestimmen Sie, ob sich die folgenden Vektoren

$$(i) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad (ii) \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

in dem linearen Untervektorraum erzeugt durch

$$\text{span} \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$$

enthalten sind und begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4 (Untervektorraum, 4 Punkte)

Zeigen Sie, dass zu einer Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ die Mengen K und B gegeben durch

(i) $K := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \mathbf{Ax} = \mathbf{0}\} \subset \mathbb{R}^n,$

(ii) $B := \{\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m \mid \text{Es gibt } \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \text{ mit } \mathbf{y} = \mathbf{Ax}\} \subset \mathbb{R}^m$

jeweils einen Untervektorraum bilden.