Goethe-Center for Scientific Computing (G-CSC)
Goethe-Universität Frankfurt am Main

Mathematik für Studierende der Bioinformatik 1

(Übung zu B-MBI-1, Wintersemester 2015/2016)

Dr. S. Reiter, Dr. A. Vogel, Prof. Dr. G. Wittum

Aufgabenblatt 8 (Abgabe: Mi., 16.12., 8:15h)

Aufgabe 1 (Differenzierbarkeit, 6P)
Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen:

(i) $f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad x \in \mathbb{R}^+$

(ii) $f(x) = x \cdot \ln(x) - x, \quad x \in \mathbb{R}^+$

(iii) $f(x) = \sqrt[x]{x}, \quad x \in \mathbb{R}^+$

Hinweis: Beachten Sie $\sqrt[x]{x} = x^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x}\ln(x)}$.

Aufgabe 2 (Differenzierbarkeit, 6P)
Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = e^{-x^2}.$$

(i) Wie lauten $f'(x), f''(x)$ und $f'''(x)$?

(ii) Zeigen Sie für $n \in \mathbb{N}$: Für die n-te Ableitung $f^{(n)}(x)$ gilt

$$f^{(n)}(x) = p_n(x)e^{-x^2}$$

mit einem Polynom $p_n(x)$ vom Grad n.

Aufgabe 3 (Minimierungseigenschaft des arithmetischen Mittels, 4P)
Es seien n reelle Zahlen $a_1, \ldots, a_n$ gegeben. Nun soll eine Zahl $a \in \mathbb{R}$ so bestimmt werden, dass die Summe der quadratischen Abweichungen minimal wird. Dies wir als die *Methode der kleinsten Quadrate* bezeichnet und bedeutet, dass ein Extremum der Funktion

$$f(x) := (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \ldots + (x - a_n)^2$$

gesucht ist. Bestimmen Sie, in welchem Punkt $f(x)$ ein Extremum besitzen kann. Handelt es sich um ein Minimum oder Maximum?

Aufgabe 4 (Differenzierbarkeit, 4P)
Zeigen Sie: Die Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) := \begin{cases} x \cdot 2^x, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

ist für $x_0 = 0$ stetig, aber nicht in x_0 differenzierbar.