

## Mathematik für Studierende der Bioinformatik 1

(Übung zu B-MBI-1, Wintersemester 2016/2017)

Dr. Xylouris

### Aufgabenblatt 8 (Abgabe: Mi., 14.12., 8:00h)

#### Aufgabe 1 (Differenzierbarkeit, 6P)

Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen:

(i)  $f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad x \in \mathbb{R}^+$

(ii)  $f(x) = x \cdot \ln(x) - x, \quad x \in \mathbb{R}^+$

(iii)  $f(x) = \sqrt[x]{x}, \quad x \in \mathbb{R}^+$

**Hinweis:** Beachten Sie  $\sqrt[x]{x} = x^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x} \ln(x)}$ .

#### Aufgabe 2 (Differenzierbarkeit, 6P)

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = e^{-x^2}.$$

(i) Wie lauten  $f'(x)$ ,  $f''(x)$  und  $f'''(x)$ ?

(ii) Zeigen Sie für  $n \in \mathbb{N}$ : Für die  $n$ -te Ableitung  $f^{(n)}(x)$  gilt

$$f^{(n)}(x) = p_n(x)e^{-x^2}$$

mit einem Polynom  $p_n(x)$  vom Grad  $n$ .

#### Aufgabe 3 (Minimierungseigenschaft des arithmetischen Mittels, 4P)

Es seien  $n$  reelle Zahlen  $a_1, \dots, a_n$  gegeben. Nun soll eine Zahl  $a \in \mathbb{R}$  so bestimmt werden, dass die Summe der quadratischen Abweichungen minimal wird. Dies wird als die *Methode der kleinsten Quadrate* bezeichnet und bedeutet, dass ein Extremum der Funktion

$$f(x) := (x - a_1)^2 + (x - a_2)^2 + \dots + (x - a_n)^2$$

gesucht ist. Bestimmen Sie, in welchem Punkt  $f(x)$  ein Extremum besitzen kann. Handelt es sich um ein Minimum oder Maximum?

**Aufgabe 4** (Differenzierbarkeit, 4P)

Zeigen Sie: Die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) := \begin{cases} x \cdot 2^x, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

ist für  $x_0 = 0$  stetig, aber nicht in  $x_0$  differenzierbar.